PROGRAMA DE MENTORIA

RETA FINAL PF PRF

POLÍCIA FEDERAL

POLÍCIA RODOVIÁRIA FEDERAL

OPERAÇÃO FEDERAL

Raciocínio Lógico Matemático

3.4 Leis de Morgan

LEIS DE MORGAN

Da autoria do ilustre matemático inglês Augustus De Morgan (1806-1871), podemos separá-las em *Primeiras Leis de Morgan* e *Segundas Leis de Morgan*.

As primeiras podem ser indicadas de várias formas, dependendo do contexto a estudar. Podemos utilizá-las em operações lógicas sobre proposições ou em operações sobre conjuntos.

PRIMEIRAS LEIS DE MORGAN

Sendo *p* e *q* duas proposições e ~, ∧ e V, respetivamente, os símbolos das operações lógicas *negação*, *conjunção* e *disjunção*, as *Primeiras Leis de Morgan* podem ser apresentadas simbolicamente por:

1. ~(*p* ∧ *q*) = ~*p* V ~*q* cujo significado é:

> *"negar a simultaneidade de p* ***e*** *q é afirmar pelo menos não p* ***ou*** *não q".*

2. ~(*p* V *q*) = ~*p* ∧ ~*q* cujo significado é:

> *"negar a ocorrência de pelo menos p* ***ou*** *q é afirmar nem p nem q".*

Mas, se considerarmos *A* e *B* dois conjuntos e n, ∩, U, $\overline{A}$ e $\overline{B}$, respetivamente, os símbolos da *interseção*, *união*, *complementar de A* e *complementar de B*, as *Primeiras Leis de Morgan* podem ser apresentadas simbolicamente por:

$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$, cujo significado é:

> *"o complementar da interseção de dois conjuntos é igual à união dos complementares dos conjuntos iniciais"*

$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$, cujo significado é:

> *"o complementar da reunião de dois conjuntos é igual à interseção dos complementares dos conjuntos iniciais".*

SEGUNDAS LEIS DE MORGAN

Referem-se à possibilidade de negação de proposições com quantificadores.

Exemplos:

1. Dada a expressão proposicional (condição) p(x), em que $x \in A$, conjunto de números reais, a expressão $\forall x \in A{:}p$ é lida "para todo elemento do conjunto A, verifica-se a condição p", ou, qualquer que seja o valor de A pelo qual substituímos x, p(x) transforma-se numa proposição verdadeira.
2. Por outro lado, a expressão $\exists x \in A{:}p(x)$, é lida "existe pelo menos um elemento de A que verifica p, ou, existe pelo menos um valor da variável x, para a qual p(x) se transforma numa proposição verdadeira.

As negações de (a) e (b) constituem as Segundas Leis de Morgan:

$$\sim[\forall x \in A{:}p(x)] \Leftrightarrow \exists x \in A{:}\sim p(x)$$

$$\sim[\exists x \in A{:}p(x)] \Leftrightarrow \forall x \in A{:}\sim p(x)$$